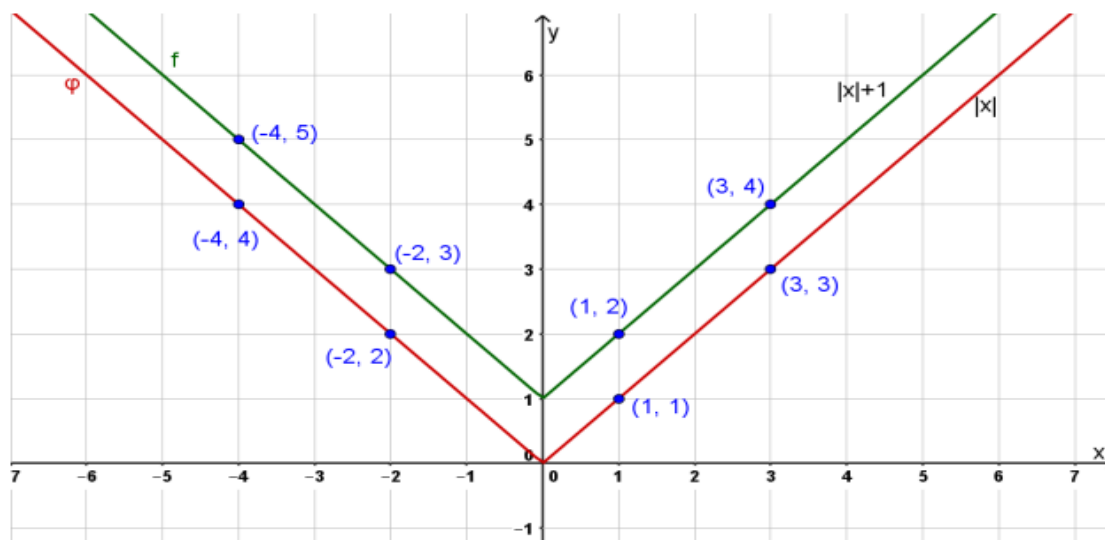


Κεφάλαιο 2.2 Κατακόρυφη-Οριζόντια Μετατόπιση καμπύλης

- Κατακόρυφη μετατόπιση καμπύλης προς τα πάνω

Έστω ότι έχουμε τις συναρτήσεις $f(x) = |x| + 1$ και $\varphi(x) = |x|$. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: $f(x) = \varphi(x) + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Τι σημαίνει πρακτικά αυτό;



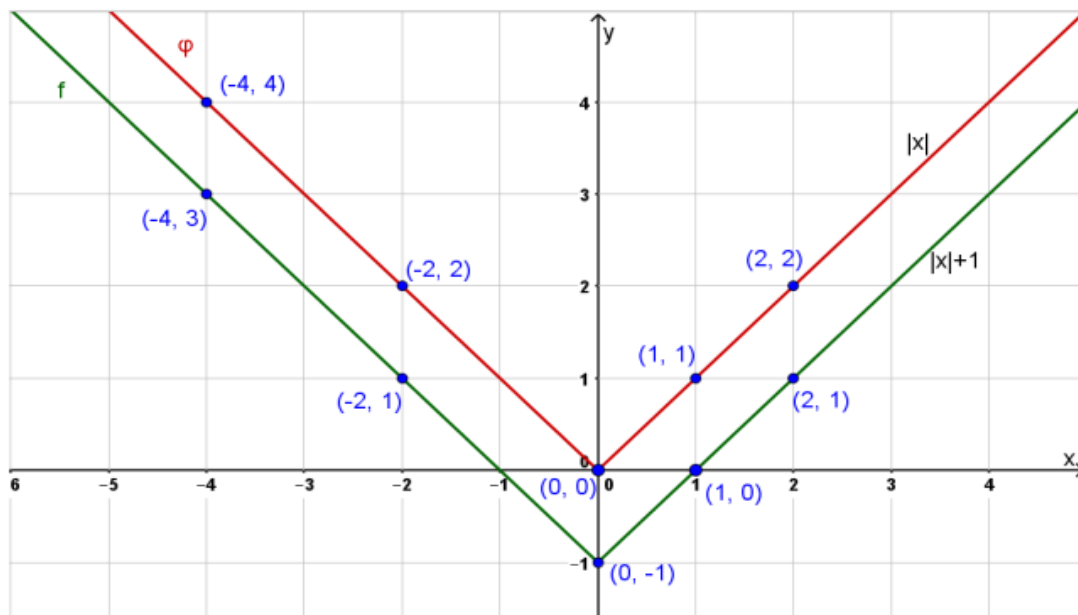
Στη συνάρτηση φ , για $x = 1$ είναι $y = 1$ με άλλα λόγια $\varphi(1) = 1$, ενώ η συνάρτηση f για $x = 1$ είναι $y = 2$, δηλαδή $f(1) = 2$. Ομοίως, για όλα τα σημεία που φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις είναι κάθε φορά $f(x) = \varphi(x) + 1$, δηλαδή η τιμή της f στο x (δηλαδή το y της f , ισοδύναμα το $f(x)$), είναι όσο η τιμής της φ στο x (δηλαδή το y της φ , ισοδύναμα το $\varphi(x)$) συν μία μονάδα ακόμη.

Γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με: $f(x) = \varphi(x) + c$, όπου $c > 0$, προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα πάνω**.

- Κατακόρυφη μετατόπιση καμπύλης προς τα κάτω

Έστω ότι έχουμε τις συναρτήσεις $f(x) = |x| - 1$ και $\varphi(x) = |x|$. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: $f(x) = \varphi(x) - 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Τι σημαίνει πρακτικά αυτό;



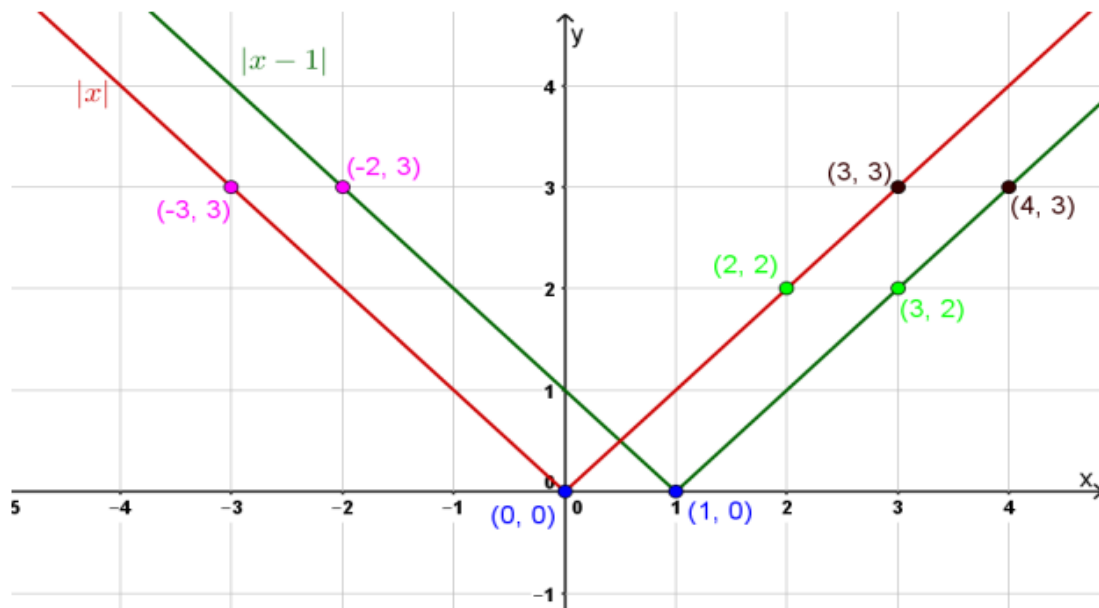
Στη συνάρτηση φ , για $x = 1$ είναι $y = 1$ με άλλα λόγια $\varphi(1) = 1$, ενώ η συνάρτηση f για $x = 1$ είναι $y = 0$, δηλαδή $f(1) = 0$. Ομοίως, για όλα τα σημεία που φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις είναι κάθε φορά $f(x) = \varphi(x) - 1$, δηλαδή η τιμή της f στο x (δηλαδή το y της f , ισοδύναμα το $f(x)$), είναι όσο η τιμής της φ στο x (δηλαδή το y της φ , ισοδύναμα το $\varphi(x)$) μείον μία μονάδα.

Γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με: $f(x) = \varphi(x) - c$, όπου $c > 0$, προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες προς τα κάτω.

- Οριζόντια μετατόπιση καμπύλης προς τα δεξιά

Έστω ότι έχουμε τις συναρτήσεις $f(x) = |x - 1|$ και $\varphi(x) = |x|$. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: $f(x) = \varphi(x) + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Τι σημαίνει πρακτικά αυτό;



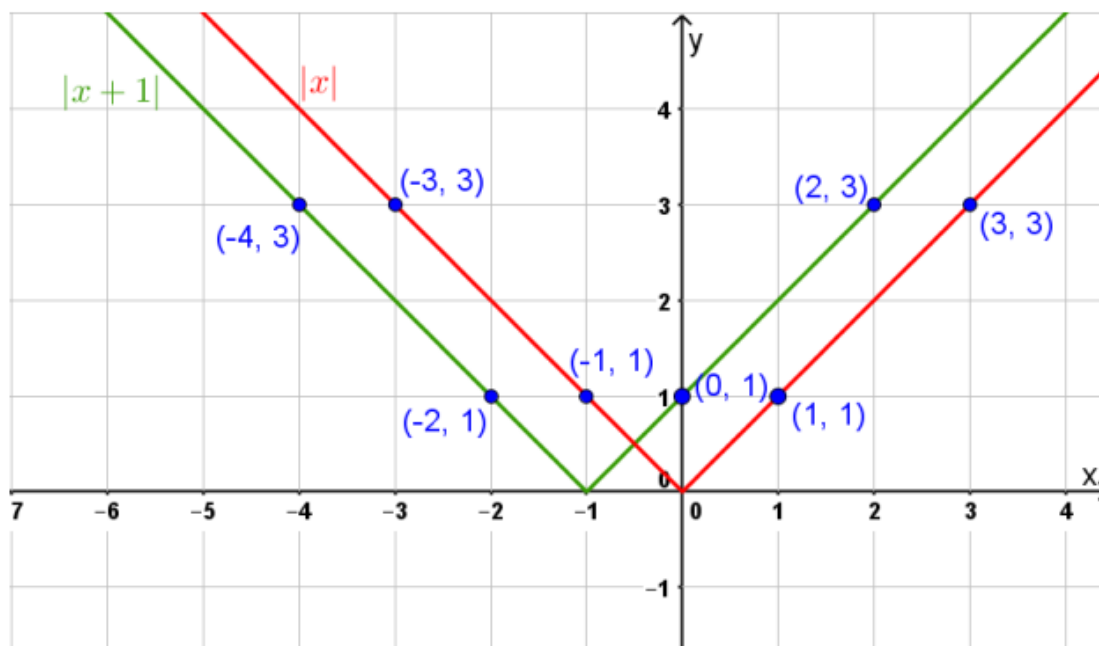
Στη συνάρτηση f , για $x = 1$ είναι $y = 0$ με άλλα λόγια $f(1) = 0$, ενώ η συνάρτηση φ για $x = 0$ είναι $y = 0$, δηλαδή $\varphi(0) = 0$. Ομοίως, για όλα τα σημεία που φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις είναι κάθε φορά $f(x) = \varphi(x - 1)$, δηλαδή η τιμή της f στο x (δηλαδή το y της f , ισοδύναμα το $f(x)$), είναι ίση με την τιμή της φ στο $x - 1$ (δηλαδή το y της φ , ισοδύναμα το $\varphi(x)$). Άρα η f είναι κάθε φορά μία μονάδα του x παραπάνω από ότι η φ για να φτάσουν στην ίδια τιμή y .

Γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με: $f(x) = \varphi(x - c)$, όπου $c > 0$, προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα δεξιά**.

- Οριζόντια μετατόπιση καμπύλης προς τα αριστερά

Έστω ότι έχουμε τις συναρτήσεις $f(x) = |x + 1|$ και $\varphi(x) = |x|$. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: $f(x) = \varphi(x) + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Τι σημαίνει πρακτικά αυτό;



Στη συνάρτηση f , για $x = 2$ είναι $y = 3$ με άλλα λόγια $f(2) = 3$, ενώ η συνάρτηση φ για $x = 3$ είναι $y = 3$, δηλαδή $\varphi(3) = 3$. Ομοίως, για όλα τα σημεία που φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις είναι κάθε φορά $f(x) = \varphi(x+1)$, δηλαδή η τιμή της f στο x (δηλαδή το y της f , ισοδύναμα το $f(x)$), είναι ίση με την τιμή της φ στο $x+1$ (δηλαδή το y της φ , ισοδύναμα το $\varphi(x)$). Άρα η f είναι κάθε φορά μία μονάδα του x λιγότερη από ότι η φ για να φτάσουν στην ίδια τιμή y .

Γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , με: $f(x) = \varphi(x+c)$, όπου $c > 0$, προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες **προς τα αριστερά**

36368. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 4x - 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-2)^2 - 1$.

β) Να αποδείξετε ότι $f(x) \leq -1$ και να βρείτε για ποια τιμή του x είναι $f(x) = -1$.

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η f παρουσιάζει μέγιστο το οποίο και να προσδιορίσετε.

δ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $g(x) = -x^2$.

Με βάση αυτή να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

