

Διαγώνισμα Γ' Επάλ (Μέχρι και όρια)

Θέμα Α

A1. Τι λέμε συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B;

A2. Πως ορίζεται η συνάρτηση $R = \frac{f}{g}$, όπου f,g δύο συναρτήσεις ορισμένες και οι δύο σε ένα σύνολο A;

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος.

α) Αν οι συναρτήσεις f,g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το A, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ έχει πάντοτε πεδίο ορισμού το A.

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = l_1 \cdot l_2$.

γ) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

δ) Η ευθεία με εξίσωση $y=ax$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

ε) Η ευθεία $y=x$ είναι διχοτόμος των γωνιών $\widehat{x'Oy}$ και $\widehat{xOy'}$.

Μονάδες(7 + 8 + 5*2)

Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x^2 - 4}$

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

B2. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(1, \frac{1}{3})$, να βρείτε το α.

B3. Αν $a = -2$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Μονάδες(7 + 9 + 9)

Θέμα Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + x + 4$ και $g(x) = -x^2 - 3x + 10$

Να βρείτε:

Γ1. Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες x'x και y'y.

Γ2. Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της g με τους άξονες x' και y' .

Γ3. Τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από την γραφική παράσταση της g .

Μονάδες(8 + 8 + 9)

Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ \alpha - 1, & \text{αν } x = 1 \end{cases} \text{ και } g(x) = x^3 + x + \alpha - 2$$

Δ1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

Δ2. Να βρείτε το α , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$

Δ3. Αν $\alpha = 0$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{1 - x}$

Μονάδες(8 + 8 + 9)